Krokodil hält Einzug in die Hochschule

OLAF LOTTER, STRALSUND

Zusammenfassung: *Ein Kinderspielzeug für Vierjährige kann verwendet werden, um Hypothesen aufzustellen und zu testen. Dazu erforderliche Daten werden spielerisch erzeugt, sodass die ganze Gruppe beteiligt ist. Lohn der Mühe sind überraschende Erkenntnisse zur Funktionsweise. Ebenfalls werden optimale Drückstrategien und Gewinnwahrscheinlichkeiten hergeleitet.*

1 Einleitung

Jedes Sommersemester halte ich an der Hochschule Stralsund eine seminaristische Lehrveranstaltung „Wahrscheinlichkeitsrechnung und angewandte Statistik“ für den Masterstudiengang Wirtschaftsingenieurwesen (Schwerpunkt Maschinenbau). Stochastik gehört sicher nicht zu den Lieblingsfächern meiner Studierenden, sodass ich mir jedes Jahr die Frage stelle, wie ich sie für mein Steckenpferd motivieren kann.

Abb. 1: Spielzeug KROKO DOC des Herstellers Hasbro

Als ein Kollege das Spielzeug KROKO DOC des Herstellers Hasbro (Abb. 1) meiner Tochter zum vierten Geburtstag schenkte, war nicht nur meine Tochter fasziniert, sondern auch ich. Um 1990 zum ersten Mal erschienen, geht es in dem Spiel darum herauszufinden, welcher Zahn dem Krokodil wehtut. Bei geöffnetem Maul (Abb. 2) wird abwechselnd (bzw. bei mehr als zwei Spielenden reihum) je ein Zahn gedrückt. Erwischt man den kranken, schnappt das Krokodil zu, und man scheidet aus. Es gewinnt, wer noch im Spiel ist, nachdem alle anderen ausgeschieden sind.

Eingebaut ist ein mechanischer Zufallsgenerator. Er funktioniert so gut, dass ich nach ca. 50 Spielen noch kein System erkennen konnte. Anstatt ihn selbst zu analysieren, kam mir die Idee, KROKO DOC als Einstieg in das Sommersemester 2019 zu wählen.

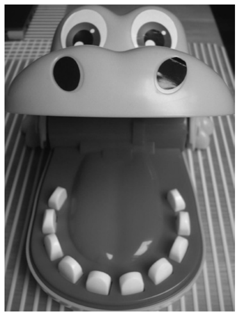

Abb. 2: Blick in das geöffnete Maul des Krokodils

2 Gang der Untersuchung

Ich berichtete den Studierenden, dass das Spielzeugverhalten Rätsel aufgebe und ich nicht wisse, wie KROKO DOC ticke. Gemeinsam überlegten wir uns die konkrete Vorgehensweise bei der statistischen Untersuchung.

Planung Untersuchungsziel ist, für jeden Zahn herauszufinden, mit welcher Wahrscheinlichkeit er krank ist (Wahrscheinlichkeitsverteilung der kranken Zähne).

Erhebung Da Daten nicht bereits existierten, war eine eigene Erhebung (Primärstatistik) nötig. Wir kamen zum Schluss, dass wir eine feste Drückstrategie (systematische Versuche) anwenden müssen, um beim Experiment so viele Faktoren wie möglich zu kontrollieren. Wir sollten die Nummer des kranken Zahns notieren (Urliste), nicht allein eine Strichliste der Häufigkeiten führen.

Datenaufbereitung Urdaten bzgl. Unstimmigkeiten bereinigen (bzw. diese von Anfang an verhindern) und auf Auffälligkeiten untersuchen, dann zu Tabellen verdichten.

Analyse Unter Zuhilfenahme mathematisch-statistischer Methoden, am Beispiel orientiert eingeführt.

Interpretation Welche Aussagen kann man (nicht) machen? Grundsätzlich ist eine Verteilung, die

Tab. 1: Urliste (zeilenweise) bei Drückstrategie von links nach rechts

1	3	9	6	2	2	4	3	2	8
5	2	4	1	6	7	3	5	2	7
6	2	2	4	1	7	3	2	2	4
1	6	3	5	3	2	1	6	2	1
3	9	5	4	1	3	2	7	4	1
3	8	6	2	2	4	2	8	4	5
9	6	3	5	3	3	2	8	5	2

anhand einer Messreihe gewonnen wurde, mithilfe einer neuen Messung zu überprüfen.

3 Erhebung und Aufbereitung der Daten

Wir nummerierten die Zähne von links beginnend von 1 bis 10. Aufgrund der räumlichen Anordnung bleibt hinten – wo die Zunge ansetzt – Platz für vier virtuelle Zähne (Abb. 3). Um alle Studierenden einzubinden, bildete ich sieben Dreiergruppen. KROKO DOC wurde vorne auf einen Tisch gestellt mit Maulöffnung Richtung Auditorium. Während sich eine Person links und eine rechts an den Tisch setzte, um von der Seite aus (d. h. ohne Einschränkung der Sicht des Auditoriums) die Zähne 1 bis 5 und danach 6 bis 10 zu drücken (sog. Drückstrategie von links nach rechts; später werden andere Drückstrategien diskutiert), stellte sich die dritte an die Tafel, um die Urliste aufzuschreiben. Alle drei Studierenden sollten sich gegenseitig kontrollieren, damit keine Datenfehler entstehen. Jede Dreiergruppe nahm zehn Werte auf – insgesamt also $n = 70$ –, es ergab sich die Urliste aus Tab. 1. Wären mehrere Exemplare von KROKO DOC vorhanden gewesen, hätte jede Dreiergruppe eine eigene Urliste aufnehmen können.

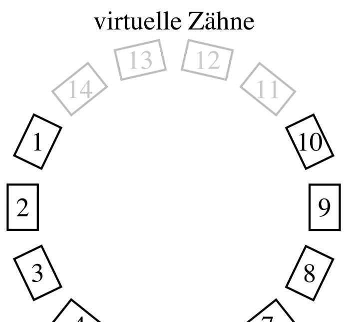

Abb. 3: Nummerierung der Zähne

Auffällig ist, dass zweimal die Folge $3,2,8,5,2$ und dreimal die Folge $6,2,2,4$ vorkam – für Erklärungen sei auf Abschnitt 4.7 verwiesen. Tab. 2 liefert die zugehörige Häufigkeitsverteilung. Intuitiv ist klar, dass keine Laplace-Verteilung (diskrete Gleichverteilung) der zehn Zähne vorliegt, weil der Kontrast zwischen 17 (Zahn 2) und 0 (Zahn 10) zu groß ist. Zur Untermauerung werden wir in Abschnitt 4.2 einen statistischen Test durchführen (χ^2-Anpassungstest).

Es begann eine Diskussion, wie sich die Häufigkeiten erklären ließen. Da wir zum Drücken zwei Personen einsetzten, fiel sofort auf, dass die links sitzende Person mehr als doppelt so häufig den kranken Zahn drückte wie die rechts sitzende (52 zu 18). In uns keimte der Verdacht auf, dass manchmal mehr als ein Zahn krank sein kann. Um diese Hypothese zu überprüfen, wählten wir im zweiten Durchgang die entgegengesetzte Drückstrategie (von rechts nach links). Es resultierte die Urliste aus Tab. 3. Hier fallen sogar noch viel längere Folgen auf: $5,2,8,10,7,4,9,6,8$ kam zweimal vor, die ersten sieben Zahlen sogar viermal. Tab. 4 zeigt die Häufigkeitsverteilung.

Wir wurden bestätigt: Jetzt drückte die rechts sitzende Person mehr als doppelt so häufig den kranken Zahn wie die links sitzende (50 zu 20). Wäre immer bloß ein einziger Zahn krank, hätte die Drückstrategie keinen Einfluss auf die Verteilung. Übrigens ist ein direkter Beweis nicht möglich, denn beim Finden des ersten auslösenden Zahns schnappt das Maul zu, und beim Wieder-Öffnen werden die auslösenden Zähne neu initialisiert. In Abschnitt 4.1 wird sich zeigen, dass unser Verdacht stimmt und die Verteilung stets an eine bestimmte Drückstrategie gebunden ist. Dies ließe sich gut illustrieren, indem bei Gruppenarbeit unterschiedliche Drückstrategien probiert werden, z. B. zusätzlich die Wechselstrategie $1,10,2,9,3,8,4,7,5,6$.

4 Analyse und Interpretation

Zwei Häufigkeitsverteilungen wurden beobachtet, für die eine Laplace-Verteilung unwahrscheinlich ist. Wir brauchen demnach eine andere theoretische Verteilung. Doch an die kommen wir nicht heran, ohne die Wirkungsweise von KROKO DOC zu verstehen.

Tab. 2: Häufigkeitsverteilung bei Drückstrategie von links nach rechts

Zahn	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Anzahl	8	17	12	8	7	7	4	4	3	0

Tab. 3: Urliste (zeilenweise) bei Drückstrategie von rechts nach links

7	8	6	7	4	10	7	9	5	2
8	10	7	4	9	6	9	6	5	2
8	10	7	4	9	10	9	5	2	8
10	7	4	9	6	8	5	2	8	10
7	4	9	6	8	4	8	10	6	2
6	8	4	10	6	8	5	2	8	9
6	3	9	10	10	7	4	9	6	8

4.1 Modell des mechanischen Zufallsgenerators

Es gelang uns, eine Hypothese durch rein logische Überlegungen aufzustellen: Da die Zähne im Kreis angeordnet sind, liegt es nahe, dass sich darunter etwas dreht, was die auslösenden Zähne festlegt – deshalb nennen wir es Rotor. Wenn wir annehmen, dass maximal zwei Zähne auslösen, können wir den Winkel zwischen den beiden Armen des Rotors bestimmen. Nur der letzte Zahn löste nie aus, sodass der Winkel $\frac{5}{7} \cdot 180° \approx 128{,}57°$ groß ist (Abb. 4).

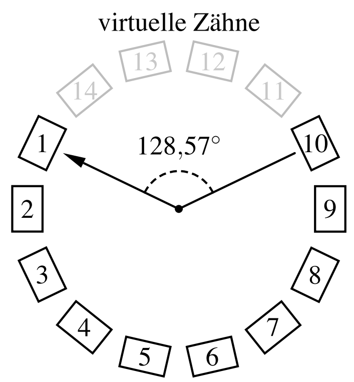

Abb. 4: Rotor zum Aktivieren der auslösenden Zähne

Eine Seite des Rotors ist zur Verdeutlichung mit einer Pfeilspitze versehen. Dennoch lösen beide Zähne (1 und 10 in Abb. 4) in gleicher Weise aus. In Tab. 5 ist für jede der 14 Rotorpositionen jeweils angegeben, welcher Zahn bei den beiden Drückstrategien auslöst. Nehmen wir für die Rotorpositionen eine Laplace-Verteilung an, lösen alle Zähne mit derselben Wahrscheinlichkeit aus, denn jeder Zahn kommt in zwei Rotorpositionen vor – es gibt also beim ersten Zug keine optimale Drückstrategie. Deswegen beträgt die Wahrscheinlichkeit p_1, dass das Krokodil beim ersten Drücken zuschnappt, $\frac{2}{14} = \frac{1}{7}$ im Gegensatz zu $\frac{1}{10}$ bei einer Laplace-Verteilung.

Man könnte das Spielzeug aufschrauben, um die Mechanik zu untersuchen. Allerdings kam dieser Weg für mich nicht infrage, weil ich nicht riskieren wollte, dass KROKO DOC dadurch Schaden nimmt. Meine Tochter hätte mir das übel genommen. Sind mehrere Exemplare von KROKO DOC vorhanden, könnte in Kleingruppen experimentiert werden. Wir wurden stattdessen im Internet fündig, wo es entsprechende Videos gibt.[1] Unsere Hypothese stimmt: Es gibt einen Rotor mit dem von uns prognostizierten Winkel. Drückt man einen „scharfen“ Zahn, d. h. unter welchem der Rotor positioniert ist, wird über diesen die Bewegung auf einen darunter befindlichen Ring weitergegeben. Mit ihm verbunden ist eine Rückhaltevorrichtung für das mit einer Feder gespannte Maul. Bewegt sich die Verbindung aus Ring und Rückhaltevorrichtung, schnappt das Maul blitzschnell zu.

Tab. 5 kann entnommen werden, welche Zähne zweimal und welche einmal auslösen, entsprechend ergeben sich Wahrscheinlichkeiten von $\frac{2}{14}$ bzw. $\frac{1}{14}$.

[1] `youtube.com/watch?v=zRaeqWwT1YA#t=2m17s`

Tab. 4: Häufigkeitsverteilung bei Drückstrategie von rechts nach links

Zahn	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Anzahl	0	6	1	8	5	10	8	12	10	10

Tab. 5: Auslösende Zähne je nach Drückstrategie

		Drückstrategie	
Rotorposition	auslösend	von links	von rechts
1	1, 10	1	10
2	2	2	2
3	3	3	3
4	4	4	4
5	5	5	5
6	1, 6	1	6
7	2, 7	2	7
8	3, 8	3	8
9	4, 9	4	9
10	5, 10	5	10
11	6	6	6
12	7	7	7
13	8	8	8
14	9	9	9

Tab. 6: Beobachtete und erwartete Häufigkeitsverteilungen

Zahn	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Anzahl links	8	17	12	8	7	7	4	4	3	0
erwartet	10	10	10	10	10	5	5	5	5	0
Anzahl rechts	0	6	1	8	5	10	8	12	10	10
erwartet	0	5	5	5	5	10	10	10	10	10

Werden diese mit $n = 70$ multipliziert, resultiert die theoretische Verteilung aus Tab. 6. Auffällig sind die großen Abweichungen bei der 2 von links und 3 von rechts. Nicht geplant war, dass sich die Wahl von n als exzellent erweisen würde.

4.2 χ^2-Anpassungstest

Im schon erwähnten χ^2-Anpassungstest geht es darum, ob die beobachtete (h_i) und die erwartete (e_i) Verteilung zusammenpassen (sog. Nullhypothese H_0). Bekanntermaßen genügt die Testgröße $T := \sum_{i=1}^{9} \frac{(h_i-e_i)^2}{e_i}$ einer χ^2-Verteilung mit $9-1=8$ Freiheitsgraden (der nie auslösende letzte Zahn muss wegen $e_{10} = 0$ weggelassen werden). Nach Wahl einer Irrtumswahrscheinlichkeit α wird das $(1-\alpha)$-Quantil c der χ^2-Verteilung benötigt. Ist die Realisierung t der Testgröße T größer als c, wird H_0 abgelehnt, andernfalls kann sie nicht verworfen werden. Dies bedeutet nicht, dass sie korrekt ist, sondern lediglich, dass die Datenbasis nicht ausreicht, um sie zu widerlegen. Für den üblichen Wert $\alpha = 5\,\%$ resultiert $c = 15{,}51$. Bei der Drückstrategie von links nach rechts ist $t_\mathrm{l} = 9$, bei derjenigen von rechts nach links $t_\mathrm{r} = 6$, sodass beide Male H_0 nicht abgelehnt werden kann. Hier ließe sich thematisieren, dass auch größere Abweichungen (insbesondere die 2 von links) zum Zufall gehören. Zum Vergleich könnten neue Daten erhoben werden. Indem die eine Messreihe als h_i und die andere als e_i aufgefasst wird, wäre Testen unter Unkenntnis des mechanischen Aufbaus denkbar.

Für eine Laplace-Verteilung hätten wir 9 Freiheitsgrade und $t_\mathrm{l} = 30$ sowie $t_\mathrm{r} = 20{,}57$. Wir könnten H_0 selbst für $\alpha = 1{,}5\,\%$ beide Male verwerfen ($c = 20{,}51$). Für die Drückstrategie von links nach rechts ließe sich sogar $\alpha = 0{,}05\,\%$ wählen ($c = 29{,}67$).

4.3 Optimale Drückstrategie

Sei X die Zufallsvariable, die angibt, in welchem Zug das Krokodil zuschnappt. Unsere Strategie soll in dem Sinne optimal sein, dass der Erwartungswert $E(X)$ möglichst groß wird. Bei einer Gleichverteilung wählen wir ohne Beschränkung der Allgemeinheit immer die kleinste der infrage kommenden Zahlen; als Erstes drücken wir also Zahn 1. Falls er gesund ist, können wir die Rotorpositionen 1 und 6 ausschließen (s. Tab. 5). Dadurch kommen die Zähne 6 und 10 nur noch einmal als Auslöser infrage. Es empfiehlt sich mithin, im zweiten Zug einen dieser beiden Zähne zu drücken; wir nehmen Zahn 6. Dann beträgt die (bedingte) Zuschnappwahrscheinlichkeit $p_{b2} := P(X=2|X>1) = \frac{1}{12}$. Anschließend drücken wir Zahn 10, es resultiert $p_{b3} := P(X=3|X>2) = \frac{1}{11}$. Jetzt ist Zahn 5 lediglich einmal Auslöser, somit $p_{b4} = \frac{1}{10}$. Interessanterweise haben wir nun wieder eine Gleichverteilung der restlichen sechs Zähne. Wir entscheiden uns gemäß unserer Kleinste-Zahl-Strategie für Zahn 2 mit $p_{b5} = \frac{2}{9}$. Anschließend taucht einzig Zahn 7 alleine auf, d.h. $p_{b6} = \frac{1}{7}$. Wieder ergibt sich eine Gleichverteilung, wir wählen Zahn 3 mit $p_{b7} = \frac{2}{6}$; danach Zahn 8 mit $p_{b8} = \frac{1}{4}$ und schließlich Zahn 4 (Gleichverteilung) mit $p_{b9} = \frac{2}{3}$. Am Ende bleibt Zahn 9 mit $p_{b10} = 1$. Zusammengefasst lautet unsere optimale Drückstrategie $1,6,10,5,2,7,3,8,4,9$.

Um bei der optimalen Drückstrategie die Wahrscheinlichkeit $p_k := P(X=k)$ für $k = 2,\dots,10$ zu berechnen, ist das Produkt $\prod_{i=1}^{k-1}(1-p_{bi}) \cdot p_{bk}$ zu bilden, wobei $p_{b1} := p_1$ (s. Abschnitt 4.1) gesetzt wird. Es resultiert ein einfaches Ergebnis: Liegt eine Gleichverteilung vor (d.h. für $k = 1,5,7,9$), beträgt $p_k = \frac{2}{14}$, ansonsten $\frac{1}{14}$. Das gilt auch, wenn mit einem anderen Zahn begonnen wird (jedoch ggf. für andere k). Erwartungsgemäß gilt $\sum_{i=1}^{10} p_i = 1$ (Normierung der Wahrscheinlichkeiten), da $4 \cdot 2 + 6 \cdot 1 = 14$. Wir erhalten $E(X) = \sum_{i=1}^{10} i \cdot p_i = \frac{77}{14} = \frac{11}{2}$.

4.4 Verteilung bei zufälligem Drücken

Wählt man in jedem Zug zufällig einen der verbleibenden Zähne (d.h. gemäß einer Laplace-Verteilung), sind zwei Fälle zu unterscheiden: Zähne 1 und 10 lösen stets in Kombination aus, daher beträgt ihre Trefferwahrscheinlichkeit jeweils $\frac{1}{14} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{14} \cdot \frac{1}{2} = \frac{2}{28}$. Für alle anderen Zähne gilt $\frac{1}{14} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{14} \cdot 1 = \frac{3}{28}$.

4.5 Gewinnwahrscheinlichkeiten

Wir beschränken uns auf das Spiel zu zweit. Es ist immer besser, nicht zu beginnen. Bei optimaler Drückstrategie beträgt die Gewinnwahrscheinlichkeit $\frac{2}{14} + \frac{1}{14} + \frac{2}{14} + \frac{2}{14} + \frac{2}{14} = \frac{9}{14} \approx 0{,}643$. Hingegen beläuft sie sich bei den Drückstrategien von links nach rechts oder rechts nach links bloß auf $\frac{2}{14} + \frac{2}{14} + \frac{2}{14} + \frac{1}{14} + \frac{1}{14} = \frac{8}{14} \approx 0{,}571$. Mit unseren Daten ergab sich $\frac{34}{70} \approx 0{,}486$ (Tab. 2) bzw. $\frac{46}{70} \approx 0{,}657$ (Tab. 4), im arithmetischen Mittel somit genau unser theoretischer Wert $\frac{8}{14}$. Hier könnte thematisiert werden, dass solche Schwankungen völlig normal sind.

Analoge Überlegungen zu denen aus Abschnitt 4.3 führen fürs zufällige Drücken zu $p_k'' = \frac{10-k}{45}$, sofern zwei Zähne auslösen (Rotorpositionen 1 sowie 6 bis 10), bzw. $p_k' = \frac{1}{10}$ sonst. Summiert man für ungerade k (beginnende Person), mündet dies in $\frac{25}{45}$ bzw. $\frac{5}{10}$. Man gewinnt demnach mit der Wahrscheinlichkeit $\frac{6}{14} \cdot \frac{25}{45} + \frac{8}{14} \cdot \frac{5}{10} = \frac{11}{21} \approx 0{,}524$. Hier handelt es sich also fast um ein faires Spiel. Dass die Wahrscheinlichkeit kleiner als bei den Drückstrategien von links nach rechts oder rechts nach links ist, leuchtet ein, denn dort ist es unmöglich, im zehnten Zug zu verlieren.

4.6 Erwartungswert bei zufälligem Drücken

Mit den Wahrscheinlichkeiten p_k'' und p_k' aus Abschnitt 4.5 ermitteln sich die (Teil-)Erwartungswerte $E''(X) = \frac{165}{45} = \frac{11}{3}$ und $E'(X) = \frac{11}{2}$. Zusammen liefern sie $E(X) = \frac{6}{14} \cdot \frac{11}{3} + \frac{8}{14} \cdot \frac{11}{2} = \frac{33}{7} \approx 4{,}71$, beinahe einen Zug weniger als die 5,5 bei der optimalen Drückstrategie.

4.7 Gleiche Folgen von Zähnen

Gleiche Folgen von drei Zähnen sind überhaupt nicht ungewöhnlich. Man legt ja nicht vorher fest, nach welchen drei Zahlen man sucht. Insofern erinnert dies an das sog. Geburtstagsparadoxon[2]. Eine Folge von fünf bzw. sogar neun Zähnen ist allerdings bemerkenswert. Wie erwähnt wird der Rotor durchs Öffnen des Mauls neu ausgerichtet. Konkret: Je schneller der Öffnungsvorgang, desto mehr Schwung bekommt der Rotor; je mehr Umdrehungen, desto zufälliger die Rotorpositionen. Jetzt verständlich: Ohne zweiten Arm könnte der Rotor unter den virtuellen Zähnen stehenbleiben – kein Zahn wäre scharf.

Da wir keinen Wert aufs verschiedenartige Öffnen gelegt hatten (wäre eine weitere Forschungsaufgabe), überrascht es nicht, dass manche Drehung wahrscheinlicher ist als andere. Unsere in Abschnitt 4.1 getroffene Annahme einer Laplace-Verteilung der Rotorpositionen idealisiert mithin ein wenig. Bei der längsten Folge – 5,2,8,10,7,4,9,6,8 – liegen die ersten sechs Zahlen jeweils drei Rotorpositionen auseinander (s. Tab. 5, Spalte 4). Einzig die 9 hätte eine 10 sein müssen. Für die 6 und die 8 gilt wieder unsere Regel.

5 Fazit

Insgesamt beschäftigten wir uns an knapp vier Terminen (à 90 Minuten) mit KROKO DOC. Dabei wurde die optimale Drückstrategie hergeleitet, ohne jedoch die Wahrscheinlichkeiten p_k (s. Abschnitt 4.3) zu berechnen. Ferner entstanden die Abschnitte 4.4, 4.5 und 4.6 erst für diese Veröffentlichung. KROKO

[2] Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass bei 23 Personen mindestens zwei von ihnen am selben Tag im Jahr Geburtstag haben?

DOC eignet sich vorzüglich als Einstieg in das Untergebiet der Stochastik „Aufstellen und Testen von Hypothesen“. In den Rahmenlehrplänen der Länder für die gymnasiale Oberstufe tauchen unter diesem Thema oftmals nur ein- oder zweiseitige Signifikanztests auf. Man könnte den χ^2-Anpassungstest als Rezept angegeben und hinterher den Zusammenhang in den Blick nehmen. Ansonsten sind für KROKO DOC keine Kenntnisse höherer Mathematik nötig – hauptsächlich gesunder Menschenverstand.

Deshalb lassen sich meine Erfahrungen vermutlich sogar auf Schulklassen ab der Mittelstufe übertragen. Voraussichtlich bräuchte KROKO DOC nicht einmal extra angeschafft zu werden, weil irgendjemand das Spielzeug noch zu Hause herumstehen hat. Gestützt wird meine Vermutung durch den Bericht eines Sechstklässlers, der 2019 den zweiten Platz beim Regionalwettbewerb „Schüler experimentieren“[3] mit dem Thema „Kann ich meine Gewinnchancen beim Spiel Kroko Doc beeinflussen?“ im Fachgebiet „Arbeitswelt“ erreicht hat.[4] Benedikt Bender von Säbelkampf, Stiftsgymnasium Sindelfingen, hat für mehrere Spielzeugtypen Versuche durchgeführt (Drückstrategien von rechts nach links, links nach rechts, zufällig) sowie die Ergebnisse in Tabellen und Diagrammen dargestellt. Er fand so heraus, dass die Gewinnchancen für Beginnende schlechter sind. Außerdem schraubte er u. a. den von uns verwendeten Typ auf und beleuchtete die Funktionsweise. Im Ausblick schreibt er: „Man kann sicher auch genau berechnen, wie groß die Wahrscheinlichkeit eines Gewinns bei den verschiedenen Krokos ist, wenn man die dafür notwendige Mathematik kennt.“ Dem ist nichts hinzuzufügen.

Anschrift des Verfassers
Prof. Dr.-Ing. Dipl.-Math. Olaf Lotter
Hochschule Stralsund
Fakultät für Maschinenbau
Zur Schwedenschanze 15
18435 Stralsund
`olaf.lotter@hochschule-stralsund.de`

[3] Juniorensparte (bis 14 Jahre) des Wettbewerbs „Jugend forscht“

[4] `stiftsgymnasium.de/2019/02/25/viele-regionalsieger-bei-schueler-experimentieren-und-jugend-forscht`